

Урок №27 (18.12.2007) Дифракционная решётка.

1. Интерференция волн от большого числа источников.

До сих пор мы рассматривали интерференцию от двух источников (схема Юнга). При этом мы делали следующие предположения:

- ширина отверстия много меньше длины волны (т.е. свет от всех вторичных источников, по принципу Гюйгенса расположенных в отверстии экрана, приходит к наблюдателю в одной фазе);
- расстояние до точки наблюдения интерференционной картины много больше расстояния между отверстиями экрана (т.е. лучи от разных отверстий мы приближённо считали параллельными).

Рассмотрим в тех же предположениях интерференцию от большого количества источников (большого количества тонких щелей) расположенных на расстоянии d друг от друга.

Рассмотрим распространение световых лучей под углом θ к нормали. В этом случае разность хода между соседними лучами составит $d \sin \theta$. Поэтому очевидно максимумы будут видны под углами, при которых $d \sin \theta = n\lambda$, где n – натуральное число. В итоге, полагая угол θ малым, получим как и для

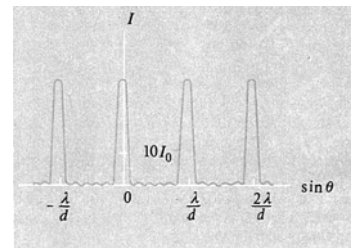
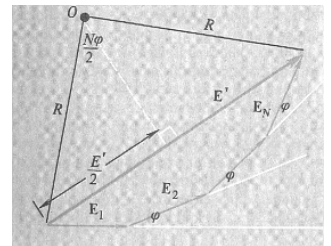
$$\text{опыта Юнга: } \theta_{\max} = \frac{\lambda}{d} n.$$

Однако более внимательное рассмотрение интерференции от многих источников выявляет «тонкую» структуру. Рассмотрим фазовую диаграмму для N источников с одинаковой разностью фаз $\varphi = k(r_2 - r_1) = kd \sin \theta$ (где $k = \frac{2\pi}{\lambda}$ – волновое число). Из диаграммы видно, что напряжённость электрического поля под углом θ равна $E' = 2R \sin(N\varphi/2)$. С другой стороны, напряжённость электрического поля, создаваемого одним источником под тем же углом равна $E_1 = 2R \sin(\varphi/2)$. Отсюда получаем для отношения напряжённостей $E'/E_0 = \sin(N\varphi/2)/\sin(\varphi/2)$, а для интенсивностей:

$$I = I_0 \frac{\sin^2(N\varphi/2)}{\sin^2(\varphi/2)}.$$

График этой функции при $N = 6$ приведен на рисунке. Из графика видно, что между максимумами, возникающими при $\sin \theta = \frac{\lambda}{d} n$, или $\varphi = kd \sin \theta = k\lambda n$, располагается $N - 1$ минимум. Поэтому в картине интерференции от нескольких источников максимумы называются *главными* (в отличие от небольших максимумов между минимумами).

Посчитать угловое положение этих минимумов можно из фазовой диаграммы. Минимум освещённости образуется тогда, когда векторная диаграмма «сворачивается в кольцо», т.е. когда $N\varphi = 2\pi m$, где $m = 1, 2, \dots, N - 1$.

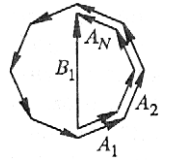


Подставляя в это выражение значение, полученное выше для сдвига фаз у соседних лучей $\varphi = kd \sin \theta = 2\pi \frac{d}{\lambda} \sin \theta$, получим:

$$Nd \sin \theta_{\min} = m\lambda, \text{ где } m = 1, 2, \dots, N - 1.$$

Очевидно, что положения минимумов между первым и вторым главными максимумами даются той же формулой, при $m = N + 1, \dots, 2N - 1$ и т.д.

Также очевидно, что между $N - 1$ минимумами располагаются $N - 2$ побочных максимума. Механизм их возникновения ясен из соответствующей векторной диаграммы.



2. Разрешающая способность дифракционной решётки.

Один из приборов, позволяющих получать интерференцию от большого количества источников, называется *дифракционной решёткой*. Это либо прозрачный материал, либо зеркальный, покрытый непрозрачной плёнкой, в которой проделано множество параллельных царапин. Если ширина царапины (щели) равна b , а соседние щели расположены на расстоянии a друг от друга, то величину $a + b$ называют *постоянной* решётки. Современные решётки имеют до 1200 штрихов на 1 мм.

Дифракционные решётки используют для разделения света на отдельные монохроматические волны. Положение главных максимумов (кроме центрального) зависит от длины волны падающего света. Поэтому решётку можно использовать для разложения исследуемой световой волны в спектр (*спектральный анализ*).

Пусть у нас падающий свет содержит два цвета с близкими длинами волн λ и $\lambda + \Delta\lambda$. *Разрешающей способностью* решётки называется отношение λ к минимально возможному значению $\Delta\lambda$.

Критерий Рэлея: соседние главные максимумы различимы, если они расположены не ближе ограничивающих минимумов.

Заметим, что ширина интерференционного пика в главном максимуме равна расстоянию между двумя окружающими его минимумами.

Положение ближайшего к n -ному главному максимуму минимума для длины волны λ даётся выражением: $Nd \sin \theta = (Nn + 1)\lambda$. С

другой стороны для n -ного главного максимума с длиной волны $\lambda + \Delta\lambda$: $Nd \sin \theta = Nn(\lambda + \Delta\lambda)$. Следовательно при выполнении критерия Рэлея $(Nn + 1)\lambda = Nn(\lambda + \Delta\lambda)$, или

$$\lambda / \Delta\lambda = nN.$$

Как видно, разрешающая способность дифракционной решётки тем выше, чем больше N , т.е. ширина главного максимума тем меньше, чем больше штрихов в решётке.

